Министерство образования и науки РБ

ГБПОУ "Бурятский аграрный колледж им. М.Н. Ербанова"

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

2019

РАССМОТРЕНО	УТВЕРЖДЕНО МС
на заседании ЦК ЕНД	Зам.директора по НМР
Председатель ______Н.Б. Лумбунова	_________________С.О.Очирова
Протокол №2 «18» 10 2019 г.	Протокол №3 от «21» 11 2019 г.

Пособие предназначено для студентов 1 курса. Пособие содержит самостоятельные работы по темам: «Развитие понятия о числе», «Корни, степени и логарифмы», «Тригонометрические функции числового аргумента», «Функции», «Уравнения и неравенства», «Производная и ее приложения», «Интеграл и ее применение», «Элементы теории вероятностей, комбинаторики и статистики», «Координаты и векторы», «Многогранники и тела вращения». Задания самостоятельных работ отвечают уровню требований ФГОС СПО к математической подготовке студентов специальности: 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)

Автор: Биликтуева Светлана Сампиловна – преподаватель математики ГБПОУ "Бурятский аграрный колледж им. М.Н. Ербанова"

Рецензенты: Домиева Н.Ф. преподаватель математики ГБПОУ «Бурятский лесопромышленный колледж»
Баргуев С.Б.к.ф.-м.н., зав.каф. высшей математики и общепроф.дисциплин БИИК СибГУТИ

Оглавление

Введение

Тенденция усиления фактора самостоятельной работы в организации занятий студентов требует методического руководства при изучении дисциплины. Знания и навыки, полученные во время аудиторных занятий, закрепляются в ходе выполнения самостоятельной работы. Цели СРС – формирование у студентов навыков к самостоятельному творческому труду, умения решать профессиональные задачи с использованием всего арсенала современных средств, потребности к непрерывному самообразованию и совершенствованию своих знаний; приобретение опыта планирования и организации рабочего времени и расширение кругозора.

Планирование, организация, контроль и анализ СРС являются необходимыми составляющими научной организации учебного процесса, позволяющими обеспечить полноценное управление и необходимую эффективность учебной работы.

Предлагаемые методические указания составлены в соответствии с рабочей программой по дисциплине «Математика» для студентов 1 курса и государственными требованиями к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по специальностям среднего профессионального образования.

Цель данного пособия – помочь студентам применять полученные ими теоретические знания при решении задач по всем разделам курса математики во время аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работы.

Аудиторная самостоятельная работа по математике выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

В данном пособии представлены: задания для текущего контроля знаний, умений (краткий справочный материал по темам курса, основные формулы и алгоритмы решения задач, примеры решения типовых задач, задания для самостоятельной работы студентов), а также задания для закрепления и систематизации знаний (тематика рефератов, сообщений, составление кроссвордов, ребусов). Задания подобраны с учетом компетентностного подхода в обучении математике и направлены на формирование таких компетенций будущего специалиста, как:

- ценностно-смысловые компетенции;
- компетенции самосовершенствования, саморазвития, личностной и предметной рефлексии;
- компетенции познавательной деятельности: постановка и решение познавательных задач; нестандартные решения, исследование;
- компетенции деятельности: игра, учение, прогнозирование, исследовательская деятельность, ориентация в разных видах деятельности и т.д.

Требования к выполнению и оформлению самостоятельных работ:

- самостоятельную работу следует выполнять в тетради для самостоятельных работ, тетрадь должна быть подписана, каждая работа должна быть озаглавлена, проставлена дата выполнения работы;
- решения задач нужно располагать в порядке возрастания их номеров, сохраняя номера задач;
- перед решением задачи нужно выписать полностью ее условие;
- решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

Критерии оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов:

- уровень освоения студентом учебного материала;
- умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированностьобщеучебных умений;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

Контроль выполненной самостоятельной работы осуществляется индивидуально, на уроке, при тестировании, на семинаре, при защите рефератов:

- Контроль сообщений осуществляется на уроках.
- Контроль выполнения рефератов осуществляется индивидуальной (или групповой) беседой по ключевым моментам работы, с последующей защитой реферата.

Роль математики при изучении общепрофессиональных и специальных дисциплин.

Задания для внеаудиторной самостоятельной работы:

1. Заполнить терминологический словарь.
2. Подготовить реферат на одну из тем:
   - История возникновения, развития и становления математики
   - Из истории понятия функции
   - Лагранж Ж.Л.
   - Леонард Эйлер
   - Исаак Ньютон
   - Лейбниц Г.В.
   - Рене Декарт
   - Из истории дифференциального исчисления.
   - Гаусс К.Ф.
   - О.Л. Коши
   - Архимед
3. Составить кроссворд (используя основные понятия математики).

Тема 1. Развитие понятия о числе

Задания для внеаудиторной самостоятельной работы:

1. Повторение теоретического материала
2. Выполнение заданий
3. Подготовка отчетов

Действительные числа

Краткая теория.

1. *Действительные числа* – это числа, которые могут быть записаны в виде конечной или бесконечной десятичной дроби.
2. *Правила обращения периодической дроби в обыкновенную:*
1. Чтобы обратить чистую периодическую дробь в обыкновенную, достаточно в числителе записать её период, а в знаменателе – число, выраженное столькими девятками, сколько цифр в периоде.

Чтобы обратить смешанную периодическую дробь в обыкновенную, достаточно из числа, стоящего до второго периода, вычесть число, стоящее до первого периода, и полученную разность записать в числителе, а в знаменателе записать число, выраженное столькими девятками, сколько цифр в периоде, и со столькими нулями в конце, сколько цифр между запятой и периодом.

Задания для самостоятельной работы:

A1. Вычислите $\dfrac{6^{-4}}{\left(6^{-\frac{3}{5}}\cdot 6^{\frac{1}{5}}\right)^5}$;

1. $\frac{1}{36}$. 2. 36. 3. - $\frac{1}{36}$. 4. – 36.

A2. Вычислите $\left(\sqrt{\sqrt[3]{25}}\right)^3$;

1. 5. 2. $\sqrt[3]{5}$. 3. $\sqrt{5}$. 4. $\frac{1}{5}$.

A3. Упростите выражение $\left(a^{\sqrt{3}+1}\right)\cdot\dfrac{1}{a^{4+\sqrt{3}}}$;

1. $a^{2\sqrt{3}-3}$; 2. a^3; 3. a^{-3}; 4. $\frac{1}{a^{-3}}$.

A4. Решите уравнение $\left(\frac{1}{2}\right)^4=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{2}-1}$;

1. x = 10. 2. x = 9. 3. x = 6. 4. x = 3.

A5. Запишите бесконечную периодическую дробь 0,3(6)в виде обыкновенной дроби

1. $\frac{2}{30}$; 2. $\frac{11}{30}$; 3. $\frac{11}{90}$; 4. $\frac{2}{9}$.

ЧАСТЬ В

В1. Сократите дробь $\dfrac{в+4\sqrt{в}+4}{в^{\frac{2}{3}}+2в}$;

В2. Сравните числа $(0,6)^{\sqrt[3]{5}}$ и $\left(\frac{5}{6}\right)^{\sqrt[3]{5}}$;

В3. Вычислить $\sqrt[3]{\sqrt{52}-5}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{52}+5}$;

ЧАСТЬ С

С1. Упростите выражение $\sqrt[6]{(2x+1)^6}-\sqrt[4]{(4+x)^4}$, если - 3 < x < - 1.

С2. Упростите выражение $\dfrac{m-n}{m^{\frac{2}{3}}+\sqrt[3]{mn}+n^{\frac{2}{3}}}-\dfrac{\sqrt[3]{m^2}-\sqrt[3]{n^2}}{\sqrt[3]{m}-\sqrt[3]{n}}$.

ВАРИАНТ 3

ЧАСТЬ А

А1. Вычислите $\frac{5^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{-\frac{1}{4}}}{5^2}$.

1. 25; 2. $\frac{1}{25}$; 3. $5^{-\frac{3}{2}}$; 4. 5^{-3}.

А2. Вычислите $3^{1+2\sqrt[3]{2}} : 9^{\sqrt[3]{2}}$.

1. $3^{1+4\sqrt[3]{2}}$; 2. $3^{4\sqrt[3]{2}}$; 3. 3. 4. $\frac{1}{3}$.

А3. Упростите выражение $a^{\sqrt{3}-1} \cdot a^{\sqrt{3}+1}$.

1. $a^{2\sqrt{3}}$; 2. a^2; 3. a; 4. a^{-2};

А4. Решите уравнение $6^{2x} = 6^{\frac{1}{5}}$;

1. x = 10. 2. $x = -\frac{1}{10}$. 3. 10^{-1}; 4. 5.

А5. Запишите бесконечную периодическую дробь 0,(34) в виде обыкновенной дроби

1. $\frac{4}{9}$; 2. $\frac{12}{13}$; 3. $\frac{16}{17}$; 4. $\frac{34}{99}$.

ЧАСТЬ В

В1. Сократите дробь $\frac{y - 16y^{\frac{1}{2}}}{5y^{\frac{1}{4}} + 20}$;

В2. Сравните числа $\sqrt[5]{\left(\frac{2}{9}\right)^3}$ и $\sqrt[5]{\left(\frac{1}{4}\right)^3}$.

В3. Вычислить $\sqrt[5]{10 + 2\sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{10 - 2\sqrt{17}}$.

ЧАСТЬ С

С1. Упростите выражение $\frac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)}$.

С2. Упростите выражение $\frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{в}} - \frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{в}}{a^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{aв} + в^{\frac{2}{3}}}$;

ВАРИАНТ 4

ЧАСТЬ А

А1. Вычислите $\dfrac{7^{\frac{7}{3}} \cdot 7^{-\frac{4}{3}}}{7^2}$.

1. $\frac{1}{7}$; 2. 7. 3. $\frac{1}{49}$; 4. 49.

А2. Вычислите $9^{1+\sqrt{3}} \cdot 3^{1-\sqrt{3}} \cdot 3^{-2-\sqrt{3}}$.

1. $\frac{1}{3^{\sqrt{3}}}$; 2. 3. 3. $\frac{1}{3}$; 4. $3^{\sqrt{3}}$.

А3. Упростите выражение $(в^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}} : в^2$.

1. $в^5$; 2. $в$; 3. $в^{-1}$; 4. $\frac{1}{в^2}$.

А4. Решите уравнение $2^{7-3x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}$.

1. - $\frac{3}{2}$; 2. $\frac{3}{2}$; 3. $2\frac{3}{4}$; 4. $\frac{4}{11}$.

А5. Запишите бесконечную периодическую дробь 0,(248)в виде обыкновенной дроби

1. $\frac{248}{333}$; 2. $\frac{124}{333}$; 3. $\frac{248}{999}$; 4. $\frac{124}{999}$.

ЧАСТЬ В

В1. Сократите дробь $\dfrac{m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}}{m + 2\sqrt{mn} + n}$;

В2. Сравните числа $\left(1+\sqrt{5}\right)^{100} и\, 3^{100}$;

В3. Вычислить $\sqrt{\sqrt{65}-7} \cdot \sqrt{\sqrt{65}+7}$;

ЧАСТЬ С

С1. Упростите выражение $\dfrac{в^{\frac{1}{3}}\left(\sqrt[5]{в^4} - \sqrt[5]{в^{-1}}\right)}{в^{\frac{2}{3}}\left(\sqrt[3]{в} - \sqrt[3]{в^{-2}}\right)}$.

С2. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{в^2}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{в}} - \dfrac{a - в}{a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{aв} + в^{\frac{2}{3}}}$.

Ответы к самостоятельной работе

ВАРИАНТ 1		**ВАРИАНТ 2**		**ВАРИАНТ 3**		**ВАРИАНТ 4**	
ЧАСТЬ **А**		ЧАСТЬ **А**		ЧАСТЬ **А**		ЧАСТЬ **А**	
А1	1	**А1**	1	**А1**	2	**А1**	1
А2	2	**А2**	1	**А2**	1	**А2**	2
А3	4	**А3**	3	**А3**	1	**А3**	2
А4	2	**А4**	1	**А4**	3	**А4**	2
А5	2	**А5**	2	**А5**	4	**А5**	3
ЧАСТЬ **В**		ЧАСТЬ **В**		ЧАСТЬ **В**		ЧАСТЬ **В**	
1. $\frac{a}{a^{\frac{1}{2}}-1}$		1. $\frac{в^{\frac{1}{2}}+2}{в}$		1. $\frac{y^{\frac{1}{2}}\left(y^{\frac{1}{4}}-4\right)}{5}$		1. $\frac{1}{m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}}$	
2. знак больше		2. знак меньше		2. знак меньше		2. знак больше	
3. 8		3. 3		3. 2		3. 4	
ЧАСТЬ **С**		ЧАСТЬ **С**		ЧАСТЬ **С**		ЧАСТЬ **С**	
1. 9		1. –3x - 5		1. a		1. 1	
2. $\frac{3x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}}{x+y}$		2. – 2 $x^{\frac{1}{3}}$		2. – 3 $\sqrt[3]{ав}$		2. 2 $в^{\frac{1}{3}}$	

Тема2. Корни, степени и логарифмы.

Логарифм положительного числа b по основанию a (обозначается $\log_a b$) — это показатель <u>степени</u>, в которую надо возвести a, чтобы получить b. **b > 0**, **a > 0**, **a≠ 1**.

$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$, $\log_a a^x = x$

Пример:

$\log_2 8 = 3,$ так как $2^3 = 8;$

$\log_7 49 = 2,$ так как $7^2 = 49;$

$\log_5 \frac{1}{5} = -1,$ так как $5^{-1} = \frac{1}{5};$

$\log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2},$ так как $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$

Десятичный логарифм — логарифм с основанием 10, который обозначается как $\lg$.

$\lg 100 = 2$, $\log_{10} 100 = 2$, так как $10^2 = 100$

Натуральный логарифм — логарифм с основанием e, обозначается $\ln$

Свойства логарифма

$a^{\log_a b} = b$	$\log_a b^m = m \log_a b$	
$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$	$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$
$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$	$\log_{a^n} b^n = \log_a b$	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

$$8^{2 \log_8 3} = (8^{\log_8 3})^2 = 3^2 = 9$$

Логарифм произведения — это сумма логарифмов

$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_3 8,1 + \log_3 10 = \log_3 (8,1 \cdot 10) = \log_3 81 = 4$$

Логарифм частного — это разность логарифмов

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} = 9^{\log_5 50 - \log_5 2} = 9^{\log_5 25} = 9^2 = 81$$

Свойства степени логарифмируемого числа и основания логарифма

Показатель степени логарифмируемого числа $\log_a b^m = m \log_a b$

Показатель степени основания логарифма $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$

$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$, в частности если m = n, мы получаем формулу:

$\log_{a^n} b^n = \log_a b$, например: $\log_4 9 = \log_{2^2} 3^2 = \log_2 3$

Переход к новому основанию

$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$, частности, если c = b, то $\log_b b = 1$, и тогда:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25 = \log_{0,8} 3 \cdot \frac{\log_{0,8} 1,25}{\log_{0,8} 3} = \log_{0,8} 1,25 = \log_{\frac{4}{5}} \frac{5}{4} = -1$$

Задания для самостоятельной работы:

Вариант 1.

1.Найдите: а) $log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32}$; б) $log_{49} 7$.

2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $3^{2+log_3 2}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 2 выражение $16b^7 \cdot \sqrt[5]{c}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_3 x = 2log_3 7 + \frac{2}{3}log_3 27 - \frac{3}{2}log_3 16$.

Вариант 2.

1. Найдите: а) $log_5 \frac{1}{25}$; б) $log_{64} 8$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $2^{1+log_2 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\dfrac{c^4}{\sqrt[3]{100b^4}}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_2 x = 2log_2 5 - \frac{1}{3}log_2 8 + log_2 0{,}2$.

Вариант 3.

1. Найдите: а) $lg\,10000$; б) $log_8 1$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $\left(\frac{1}{3}\right)^{2+log_3 2}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 3 выражение $\dfrac{27\sqrt{b}}{c^4}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_5 x = log_5 1{,}5 + \frac{1}{3}log_5 8$.

Вариант 4.

1. Найдите: а) $log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$; б) $lg\,0{,}01$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $\sqrt{2}^{2+log_4 5}$.

3. Прологарифмируйте по основанию 0,7 выражение $\frac{0{,}49b^3}{c^5 \cdot \sqrt{c}}$ $(c>0,\ b>0)$.

4. Найдите x, если $lg\, x = 1 + 2\, lg\, 3 - \frac{2}{3} lg\, 125$.

Вариант 5.

1. Найдите: а) $log_3 \frac{1}{81}$; б) $log_4 \sqrt{2}$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $3^{2+log_3 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 5 выражение $25b^3 \cdot \sqrt[4]{c^7}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_4 x = 2\, log_4 10 + \frac{3}{4} log_4 81 - \frac{2}{3} log_4 125$.

Вариант 6.

1. Найдите: а) $log_5 \frac{1}{5}$; б) $log_2 16\sqrt{2}$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $\left(\frac{1}{2}\right)^{1+log_2 3}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 0,2 выражение $\frac{0{,}0016b^4}{c \cdot \sqrt[7]{c^2}}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_{\frac{1}{3}} x = \frac{1}{2} log_{\frac{1}{3}} 16 - log_{\frac{1}{3}} 8 + log_{\frac{1}{3}} 28$.

Вариант 7.

1. Найдите: а) $log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3}$; б) $lg\, 0{,}1$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $5^{-1+log_5 2}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\frac{0{,}001\sqrt[3]{c^2}}{b^3}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_4 x = \frac{1}{2} log_4 7 + log_4 32 - \frac{1}{2} log_4 28$.

Вариант 8.

1. Найдите: а) $log_{0,2} 25$; б) $lg\, 0{,}001$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $0{,}2^{1+log_{0,2} 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\sqrt{10} b^5 c^{-\frac{1}{3}}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_3 x = log_3 12 - \frac{1}{2} log_3 32 + \frac{1}{2} log_3 6$

Тема 3.Тригонометрические функции числового аргумента.

Формулы двойного и половинного аргумента.

Краткая теория:

Формулы сложения.

$sin(\alpha+\beta)=sin\alpha cos\beta + cos\alpha sin\beta$ $sin(\alpha-\beta)=sin\alpha cos\beta + cos\alpha sin\beta$	$cos(\alpha+\beta)=cos\alpha cos\beta + sin\alpha sin\beta$ $sin(\alpha+\beta)=cos\alpha cos\beta+sin\alpha sin\beta$

Полагая $\beta = \alpha$ в формулах сложения аргументов, получим следующие формулы двойных углов:

$\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos \alpha$; **(1)**

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$; **(2)**

$\text{tg } 2\alpha = \dfrac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$ **(3).**

Из формулы (2) вытекают два часто употребляемых соотношения

$1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha$ или $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ **(4)**

$1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2\alpha$или $\cos 2\alpha = 2\sin^2\alpha - 1$ (**5)**

Из формул (4) и (5) можно получить формулы половинных углов:

$\sin\dfrac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$, $\cos\dfrac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$ **(6),**

где знак зависит от четверти, в которой оканчивается угол $\dfrac{\alpha}{2}$.Заменяя в равенствах (1) – (3) 2α на α, а α на α/2, находим:

$\sin \alpha = 2 \sin\dfrac{\alpha}{2} \cos\dfrac{\alpha}{2}$; **(7)**

$\cos \alpha = \cos^2\dfrac{\alpha}{2} - \sin^2\dfrac{\alpha}{2}$; **(8)**

$tg\alpha = \dfrac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}$ **(9).**

Кроме того, $\sin\alpha = \dfrac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$, **(10)**

$\cos\alpha = \dfrac{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$ **(11).**

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Упростить выражения:

a) *2sinαcosα (cos²α – sin²α);*

b) $\frac{1-\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha+2\sin 2\alpha}$;

c) $\cos^2\alpha - 4\sin^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\alpha}{2}$.

d) $2\sin^2\frac{\alpha}{2}+\cos\alpha$;

Задание 2. Доказать тождества:

а) $\frac{1-\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}=tg\alpha$

б) $\frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}=tg\alpha$.

Задание 3.

Вычислите *sin2α, cos2β, sin(α-β), cos (α +β),* если

a) $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, $\cos\beta=-\frac{12}{13}$, $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$, $\frac{\pi}{2}<\beta<\pi$,

b) $\cos\alpha=0{,}6$, $\sin\beta=-\frac{8}{17}$, $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$, $\pi<\beta<\frac{3\pi}{2}$

Тема 4. Функции

Обратные тригонометрические функции

Краткая теория:

1. *Арксинусом числа a (обозначается arcsin a) называется значение угла x в интервале [−π/2, π/2], при котором sin x = a. Обратная функция y =arcsin x определена при x ∈ [−1, 1], область ее значений равна y ∈ [−π/2, π/2].*

2. *Арккосинусом числа a (обозначается arccos a) называется значение угла x в интервале [0, π], при котором cos x = a. Обратная функция y =arccos x определена при x ∈ [−1, 1], область ее значений принадлежит отрезку y ∈ [0, π].*

3. *Арктангенсом числа a (обозначается arctan a) называется значение угла x в открытом интервале(−π/2, π/2), при котором tan x = a. Обратная функция y = arctan x определена при всех x ∈ℜ, область значений арктангенса равна y ∈ (−π/2, π/2).*

4. *Арккотангенсом числа a (обозначается arccot a) называется значение угла x в открытом интервале(0, π), при котором cot x = a. Обратная функция y = arccot x определена при всех x ∈ℜ, область ее значений находится в интервале y ∈ (0, π).*

Главные значения функций арксинус и арккосинус (в градусах)

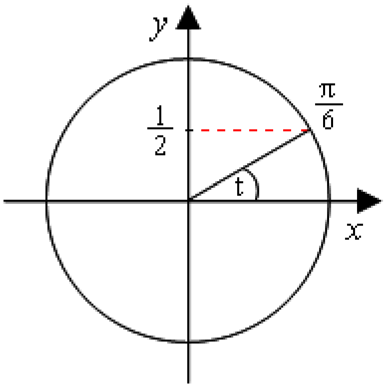
X	−1	−√3/2	−√2/2	−1/2	0	1/2	√2/2	√3/2	1
arcsin *x*	−90°	−60°	−45°	−30°	0°	30°	45°	60°	90°
arccos *x*	180°	150°	135°	120°	90°	60°	45°	30°	0°

Главные значения функций арктангенс и арккотангенс (в градусах)

x	−√3	−1	−√3/3	0	√3/3	1	√3
arctan *x*	−60°	−45°	−30°	0°	30°	45°	60°
arccot *x*	150°	135°	120°	90°	60°	45°	30°

<u>Пример1.</u> *Найдем* $\arcsin\frac{1.}{2}$

<u>Решение</u>. Выражение $\arcsin\frac{1.}{2}$ *показывает, что синус угла t равен* $\frac{1}{2}(\sin t = \frac{1}{2})$.
Далее просто находим точку этого синуса на числовой окружности, что и является ответом: точка 1/2, находящаяся на оси y, соответствует точке π/6 на числовой окружности.
Значит, $\arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$



$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$\arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$ – обратная функция

<u>Пример 2</u>: *Вычислить арккосинус* $\frac{1}{2}$

<u>Решение</u>. Итак, $\alpha = \frac{1}{2}$ *Значит, наша формула* ***arccos α= t*** *обретает конкретику:* $\arccos\frac{1}{2} = t$. *Это означает, что косинус угла t равен* $\frac{1}{2}$: $\cos t = \frac{1}{2}$ *При этом наша точка t находится на отрезке [0; π]. Находим значение t. Для этого смотрим на числовую окружность. Мы видим, что число* $\frac{1}{2}$ *является абсциссой точки π/3 – то есть является косинусом угла π/3. Иначе говоря: t = π/3.*
Подставляем значение t в выражение cos t = $\frac{1}{2}$: $\cos \pi/3 = \frac{1}{2}$. *При этом π/3 входит в отрезок [0; π]. Совершаем обратное действие: если* $\cos \pi/3 = \frac{1}{2}$, *то:* $\arccos\frac{1}{2} = \pi/3$.
Без объяснений процесс решения будет таким: $\arccos\frac{1}{2} = t \cos t = 1/2,\ t \in [0; \pi]$

$t = \pi/3,\ \ \pi/3 \in [0; \pi] \quad \arccos\frac{1}{2} = \pi/3$

<u>Пример 3</u>: *Найти* $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Решение. $arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = t$; $cost = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $t \in [0; \pi]$

$\cos 5\pi/6 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $5\pi/6 \in [0; \pi]$ $arcos(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = 5\pi/6$

Задания для самостоятельной работы

Вариант1

1. Вычислить
   a. *arcsin0*
   b. *arccos1/2*
   c. *arctg0*
   d. *arcsin(-1)*
   e. *arcos(-1/2)*

2.Вычислить

а) $\arcsin\left(-\frac{2}{3}\right)$; б) $\arccos\sqrt{5}$; в) $\arcsin 1{,}5$; г) $\arccos\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Вариант2.

1.Вычислите:

а) $\arccos \pi$; б) $\arcsin(3-\sqrt{20})$; 3.Вычислит

в) $\arccos(-\sqrt{3})$; г) $\arcsin\frac{2}{7}$.

2. Вычислить

а) $\arcsin 0 + \arccos 0$; б) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\arccos\frac{1}{2}$;

в) $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}+\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$; г) $\arcsin(-1)+\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Вариант3

1.Вычислите:

а) $\arccos(-0{,}5)+\arcsin(-0{,}5)$;

б) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\arcsin(-1)$;

в) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

г) $\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}-\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. **Вычислите:**

а) $2\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\mathrm{arctg}(-1)+\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $3\arcsin\frac{1}{2}+4\arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)-\mathrm{arcctg}(-\sqrt{3})$;

в) $\mathrm{arctg}(-\sqrt{3})+\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\arcsin 1$;

г) $\arcsin(-1)-\frac{3}{2}\arccos\frac{1}{2}+3\,\mathrm{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Построение графиков показательных, логарифмических, степенных и тригонометрических функций

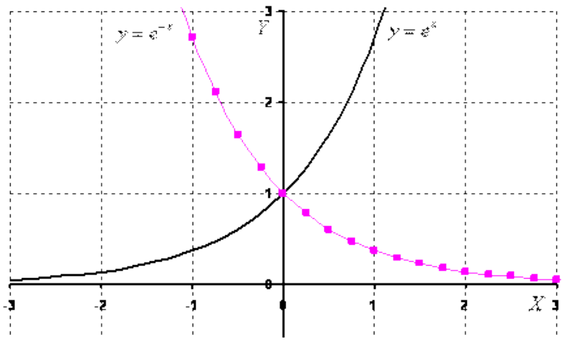
.

Краткая теория.

1. *График показательной функции*

e – это иррациональное число: $e \approx 2{,}718...$,

x	-1	0	1
y	$e^{-1} \approx 0{,}37$	1	$e \approx 2{,}72$



Принципиально такой же вид имеет любая показательная функция $y = a^x$, если $a > 1$. Функции $y = 2^x$, $y = 3^x$, $y = 10^x$ будут отличаться только крутизной наклона графика, причем, чем больше основание, тем круче будет график.

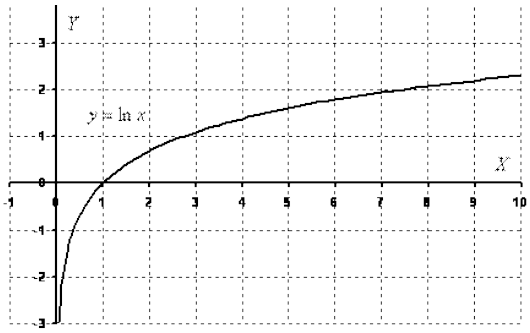
Обратите внимание, что во всех случаях графики проходят через точку $(0;1)$, то есть $a^0 = 1$.

Теперь рассмотрим случай, когда основание $0 < a < 1$. Снова пример с экспонентой $y = \left(\frac{1}{e}\right)^x = e^{-x}$ Принципиально так же выглядят графики функций $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^{-x}$, $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x = 7^{-x}$ и т. д.

1. *График логарифмической функции*

Рассмотрим функцию с натуральным логарифмом $y = \ln x$.
Выполним поточечный чертеж:

x	$e^{-1} \approx 0{,}37$	1	$e \approx 2{,}72$	$e^2 \approx 7{,}39$
y	-1	0	1	2



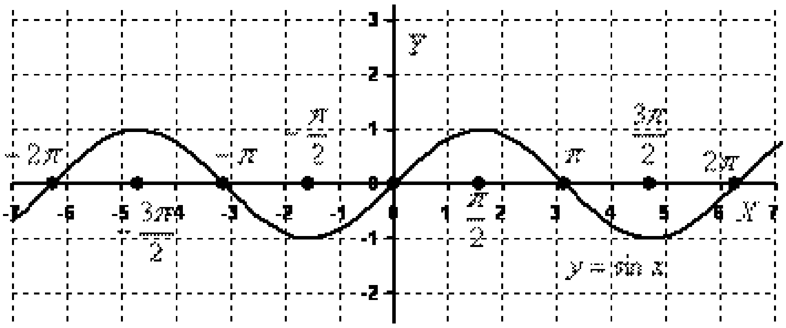
Принципиально так же выглядит график логарифма при основании $a > 1$: $y = \log_2 x$

, $y = \log_4 x$, $y = \lg x$ (десятичный логарифм по основанию 10) и т.д. При этом, чем больше основание, тем более пологим будет график.

Экспоненциальная функция $y = e^x$ **и логарифмическая функция** $y = \ln x$ **– это две взаимно обратные функции**. Если присмотреться к графику логарифма, то можно увидеть, что это – та же самая экспонента, просто она расположена немного по-другому.

3. ***Графики тригонометрических функций***

Построим график функции $y = \sin x$



Данная линия называется *синусоидой*.

График косинуса

Построим график функции $y = \cos x$

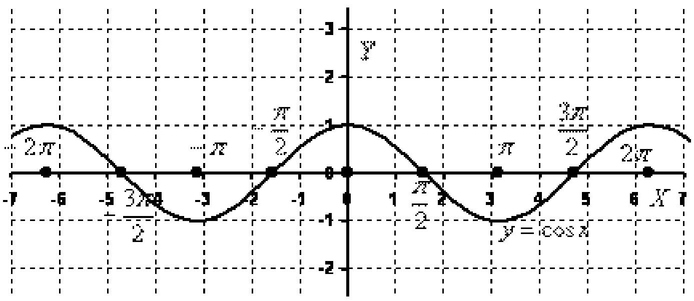


График косинуса – это та же самая синусоида, сдвинутая вдоль оси OX **на** $\frac{\pi}{2}$ **влево**

Графики тангенса и котангенса

Построим график функции $y = tgx$

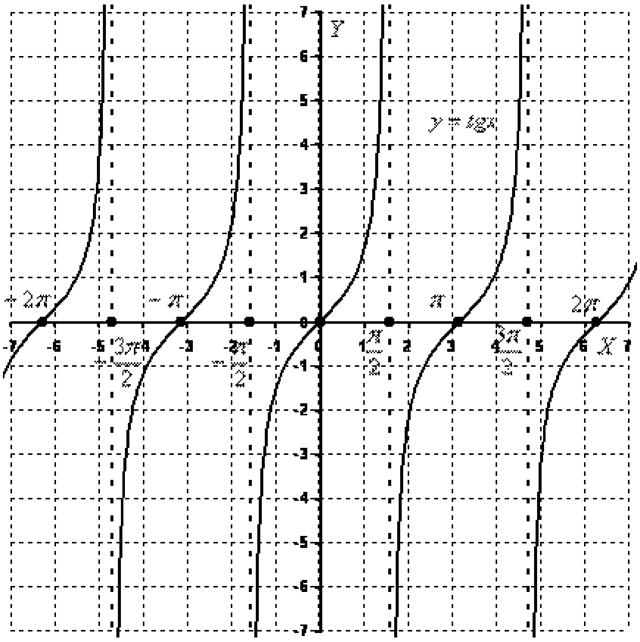
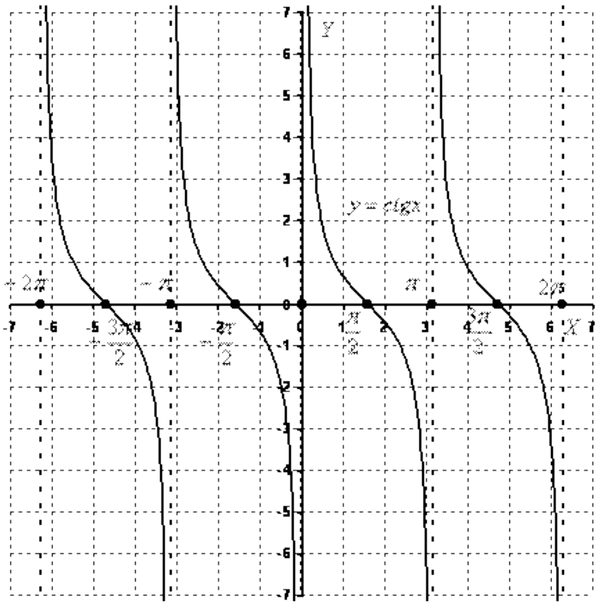
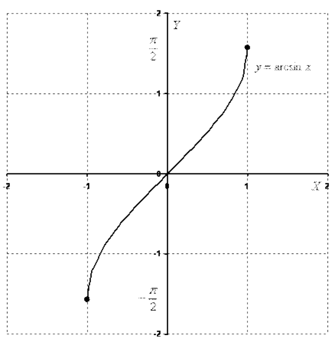


График котангенса – это почти тот же самый тангенс, функции связаны тригонометрическим соотношением $ctgx = \dfrac{1}{tgx}$. Вот его график:



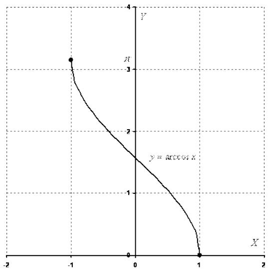
4. ***Графики обратных тригонометрических функций***

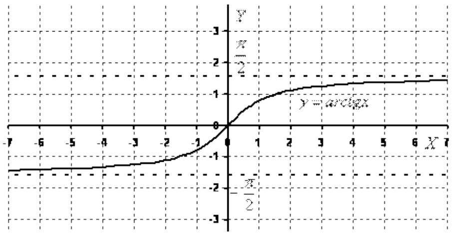


Построим график арксинуса $y = \arcsin x$

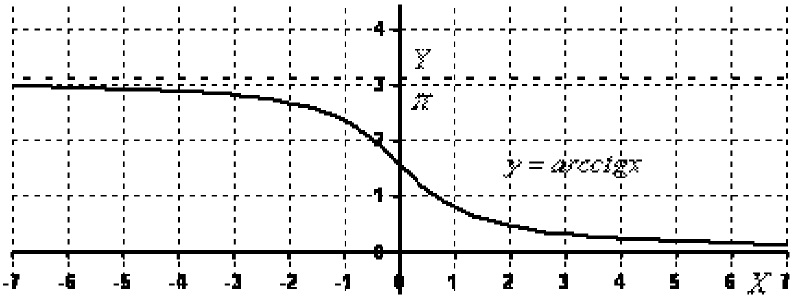
Построим график арккосинуса $y = \arccos x$

Построим график арктангенса $y = arctgx$





К графику арккотангенса $y = arcctgx$ приходится обращаться значительно реже, но, тем не менее, вот его чертеж:



Задания для самостоятельной работы

1. **Постройте график функции:**

а) $y = 1 - \cos 1{,}5x$; б) $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$;

в) $y = 2 + \sin\frac{x}{2}$; г) $y = \mathrm{tg}\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$.

2. **Перечислите свойства функции и постройте ее график:**

а) $y = 4^x$; б) $y = 0{,}2^x$; в) $y = 0{,}7^x$; г) $y = 2{,}5^x$.

Перечислите основные свойства функции и постройте ее график:

а) $y = \log_3 x$; б) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$;

в) $y = \log_4 x$; г) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

Тема 5. Уравнения и неравенства.
Решение показательных уравнений и неравенств.

Краткая теория

Показательными называются такие уравнения, в которых неизвестное входит в показатель степени. Уравнение ах =b называется простейшим показательным уравнением.

Показательные уравнения решаются после преобразований с помощью свойств степени.

Свойства степени

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;
2. $a^m : a^n = a^{m-n}$;
3. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$;
4. $(a:b)^n = a^n : b^n$
5. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$;

Основные способы решения показательных уравнений:

1. **Приведение левой и правой части к одному основанию**.

Пример 1. $5^x=625$.

Записав 625 как 5^4,

получим $5^x=5^4$,

откуда $x=4$

2. **Вынесение за скобки множителя с наименьшим показателем степени.**

Пример 2. $2^x+2^{x-1-}2^{x-3}=44$.

Так как наименьшим показателем степени является х-3, то за скобки выносим 2х-3.

$2^{x-3}(2^3+2^2-1)=44$

$2x^{-3}(8+4-1)=44$

$2^{x-3} \cdot 11=44$

$2^{x-3}=4$

$2^{x-3}=2^2$

$x-3=2$

$x=5$

3. **Подстановка и приведение к квадратному уравнению**.

Пример 3. 7^{2x}-48· 7^x=49

Полагая $7^x=t$,

получим квадратное уравнение $t^2-48t-49=0$.

Используем формулы для нахождения корней квадратного уравнения и получаем ; $D=b^2-4ac$,

$t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ *и получаем* $D=(-48)^2-4\cdot 1(-49)=2500$; $t_{1,2}=\frac{48\pm\sqrt{2500}}{2}=-1;49$

Так как $7^x=t$, *то* $7^x=-1$ *это равенство невозможно, так как показательная функция может принимать только положительные значения.*

$7^x=49$; $7^x=49$; $7^x=7^2$; $x=2$

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1	***Вариант 2***
1. Решить уравнения $\left(\frac{1}{5}\right)^x=25$ *б)* $\left(\sqrt{6}\right)^x=\frac{1}{36}$ *в)* $(4)^{5-2x}=0{,}25$ *г)* $0{,}3^{7+4x}=0{,}027$	*1. Решить уравнения* $\left(\frac{1}{3}\right)^x=27$ *б)* $\left(\sqrt{5}\right)^x=\frac{1}{25}$ *в)* $0{,}4^{5-2x}=0{,}25$ *г)* $3^{7+4x}=27$
2.Решить уравнения *а)* $\left(\frac{2}{3}\right)^x\left(\frac{9}{8}\right)^x=\frac{27}{64}$ *б)* $\sqrt{8^{x-3}}=\sqrt[3]{4^{2-x}}$ *в)* $3^{6-x}=3^{3x-2}$ *г)* $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x^2=x-0,5}=\frac{\sqrt{7}}{7}$	*2. Решить уравнения* *а)* $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x+1}=\left(\frac{7}{3}\right)^{5x-3}$ *б)* $\sqrt{2^x}\sqrt{3^x}=36$ *в)* $3^{0,5-x}=9^{3x}$ *г)* $2^{x^2+2x-0,5}=4\sqrt{2}$
3. Решить уравнения *а)* $7^{x+2}+4\cdot 7^{x+1}=539$ *б)* $2\cdot 3^{x+1}-3^x=15$ *в)* $9^x-8\cdot 3^x-9=0$ *г)* $100^x-11\cdot 10^x+10=0$	*3. Решить уравнения* *а)* $4^{x+1}+4^x=320$ *б)* $3\cdot 5^{x+3}+2\cdot 5^{x+1}=77$ *в)* $36^x-4\cdot 6^x-12=0$ *г)* $49^x-8\cdot 7^x+7=0$
4. Решить уравнения *а)* $3^{x+1}-2\cdot 3^{x-2}=75$ *б)* $5^{x+1}=8^{x+1}$	*4. Решить уравнения* *а)* $5\cdot 9^x+9^{x-2}=406$ *б)* $7^{x-2}=4^{2-x}$

Решение систем логарифмических уравнений и неравенств

1. .

Краткая теория

<u>Пример №1</u>. *Решить систему уравнений:* $\begin{cases} \log_{\sqrt{5}}(2y-x)=2 \\ \log_{\frac{1}{2}}(y-x)=-2 \end{cases}$

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{5}}(2y-x)=2 \\ \log_{\frac{1}{2}}(y-x)=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y-x=\left(\sqrt{5}\right)^2 \\ y-x=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \end{cases}$$

$$-\begin{cases} 2y-x=5 \\ y-x=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=1 \\ y-x=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

Проверка: $(-3;1)$ - *подходит.*

Ответ: $(-3;1)$

<u>Пример №2.</u> *Решить систему уравнений:* $\begin{cases} 2^{x+3y}=32 \\ \lg xy=2-\lg 50 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2^{x+3y}=32 \\ \lg xy=2-\lg 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^{x+3y}=2^5 \\ \lg xy=\lg 100-\lg 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3y=5 \\ xy=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5-3y \\ 3y^2-5y+2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5-3y \\ \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=\frac{2}{3} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=3 \\ y=\frac{2}{3} \end{cases} \end{array}\right.$$

Проверка:

$(2;1)$ - *подходит.*

$\left(3;\frac{2}{3}\right)$ - *подходит.*

Ответ: $(2;1)$, $\left(3;\frac{2}{3}\right)$.

Задания для самостоятельной работы

1.

а) $\begin{cases} x+y=7, \\ \lg x+\lg y=1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \log_4 (x+y)=2, \\ \log_3 x+\log_3 y=2+\log_3 7; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x+y=34, \\ \log_2 x+\log_2 y=6; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \log_4 x-\log_4 y=0, \\ x^2-5y^2+4=0. \end{cases}$

2

а) $\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} (x+y)=2, \\ \log_3 (x-y)=2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \lg (x^2+y^2)=2, \\ \log_{48} x+\log_{48} y=1; \end{cases}$

в) $\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} x+\log_{\frac{1}{3}} y=2, \\ \log_{\frac{1}{3}} x-\log_{\frac{1}{3}} y=4; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \lg (x^2+y^2)=1+\lg 13, \\ \lg (x+y)=\lg (x-y)+\lg 8. \end{cases}$

3.

а) $\begin{cases} 3^y\cdot 9^x=81, \\ \lg (x+y)^2-\lg x=2\lg 3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 10^{1+\lg (x+y)}=50, \\ \lg (x+y)+\lg (x-y)=2-\lg 5; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 3^x\cdot 2^y=576, \\ \log_{\sqrt{2}} (y-x)=4; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \lg x-\lg y=\lg 15-1, \\ 10^{\lg (3x-2y)}=39. \end{cases}$

Тема 6. Производная и ее приложения

Решение задач на наибольшее и наименьшее значение

Краткая теория

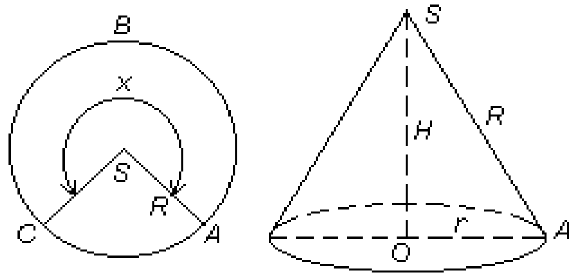
Обучающие таблицы

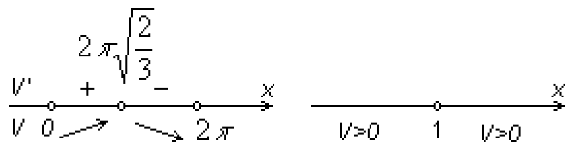
Задание. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = x^4 - 2x^2 - 3$ *на промежутке* $[0;2]$.

№	План нахождения y_{min} и y_{max} на $[a;b]$	Применение плана
1	*Находим производную функции*	$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$
2	*Находим критические точки функции*	$y' = 0$, $4x(x^2 - 1) = 0$, $x = 0$ *или* $x^2 - 1 = 0$, $x = -1; 0; 1$ - *критические точки функции*
3	*Выбираем критические точки, лежащие внутри* $[a;b]$	$0;1 \in [0;2]$
4	*Находим значения функции в критических точках (внутри данного отрезка) и на концах отрезка*	$y(0) = -3$ $y(1) = 1 - 2 - 3 = -4$ $y(2) = 16 - 8 - 3 = 5$
5	*Из найденных значений функции выбираем наименьшее и наибольшее*	$y_{min} = y(1) = -4$, $y_{max} = y(2) = 5$

Геометрические задачи на нахождение оптимальных значений величин.

Задание. Из кружка жести радиуса R вырезается сектор и из оставшейся части круга делается коническая воронка. При какой величине угла вырезаемого сектора объём воронки будет наибольшим?

№	План решения	Применение плана
1	*Строим рабочий чертеж*	
2	*Записываем исходную формулу для вычисления величины, экстремальное значение которой требуется найти*	$V_к = \frac{1}{3}\pi r^2 H$
3	*Вводим переменную величину x и выражаем через неё значения всех величин исходной формулы*	*Пусть x – величина центрального угла оставшегося сектора, тогда* $\lvert\cup ABC\rvert = Rx$ *и* $\lvert\cup ABC\rvert = 2\pi r$, *значит* $2\pi r = Rx$ *и* $r = \frac{Rx}{2\pi}$. *Высота воронки* $H = \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2 - x^2}$
4	*Подставляя найденные значения величин в формулу, представляем её как функцию аргумента x*	$V = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{R^2 x^2}{4\pi^2} \cdot \frac{R}{2\pi} \cdot \sqrt{4\pi^2 - x^2}$, $V = \frac{R^3}{24\pi^2}\sqrt{4\pi^2 x^2 - x^6}$
5	*Задаем (по смыслу задачи) область определения функции*	$0 < x < 2\pi$, $D(V) = (0; 2\pi)$

6	*Функцию аргумента x исследуем на экстремум на найденном числовом промежутке*	$V'(x)=\dfrac{R^3x^3(8\pi^2-3x^2)}{24\pi^2\sqrt{4\pi^2x^4-x^6}}$, $V'(x)=0$, $8\pi^2-3x^2=0$ $x=2\pi\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ $V_{max}=V(2\pi\sqrt{\dfrac{2}{3}})$ 
7	*Записываем ответ*	*Величина вырезаемого угла равна* $2\pi-2\pi\sqrt{\dfrac{2}{3}}\approx 66^0$

Задания для самостоятельной работы

Блок 1. *Применяя указанный выше план, найдите наименьшее и наибольшее значения функции* $f(x)$ *на промежутке* $[a;b]$, *если:*

1) $f(x)=2x^2-4x+3$, $[0;4]$; ***2)*** $f(x)=3x^2-x^3$, $[-1;3]$;

3) $f(x)=3x^3-9x^2+2$, $[-1;1]$; ***4)*** $f(x)=\dfrac{4}{3}x^3-4x$, $[0;2]$;

5) $f(x)=x^3-3x^2+3x+2$, $[-2;2]$; ***6)*** $f(x)=tgx+ctg2x$, $\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{3}\right]$;

7) $f(x)=x+cos^2x$, $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$; ***8)*** $f(x)=2x^2-ln\,x$, $[1;e]$;

9) $f(x)=\dfrac{4}{\sqrt{x^2+16}}$, $[-3;3]$.

Блок 2.

<u>Вариант 1.</u>

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^3-3x$ на отрезке $[-0{,}5;0{,}5]$.
2. Из квадратного листа жести со стороной 12 м надо изготовить бак с квадратным основанием без крышки наибольшего объема. Найдите размеры бака и его объем.

<u>Вариант 2.</u>

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^4-8x^2-9$ на отрезке $[-1;1]$.
2. Какой из прямоугольников с периметром 2р имеет наибольшую площадь?

<u>Вариант 3.</u>

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=-x^4+2x^2+3$ на отрезке $[-0{,}5;0{,}7]$.
2. Разность двух чисел равна 8. Каковы должны быть эти числа. Чтобы произведение куба первого числа на второе было наименьшим?

<u>Вариант 4.</u>

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^4-8x^2-9$ на отрезке $[0;3]$.
2. Для стоянки машин выделили площадку прямоугольной формы, примыкающую одной стороной к стене здания. Площадку обнесли с трех сторон металлической сеткой длиной 200 м. И площадь ее при этом оказалась наибольшей. Каковы размеры площадки?

Тема7. Интеграл и его применение

Решение прикладных задач с помощью определенного интеграла»

Краткая теория:

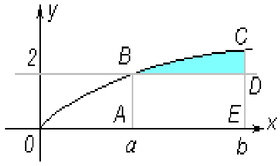
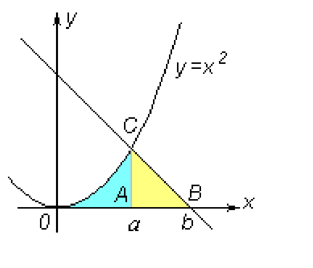
Определение. Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке $[a;b]$ знака функции $f(x)$, прямыми $x=a,\ x=b$ и отрезком $[a;b]$. Площадь S криволинейной трапеции находится по формуле

$$S=\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)\quad .\ (*)$$

<u>Задание. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:</u>

а) $y=\sqrt{x},\ y=2,\ x=9$; б) $y=x^2,\ y=2-x,\ y=0$.

№	План вычисления площади кривол. трапеции	Применение плана	
		а) $y=\sqrt{x},\ y=2,\ x=9$	б) $y=x^2,\ y=2-x,\ y=0$

1	Строим заданные линии и штриховкой отмечаем фигуру, площадь которой надо найти. Установим, является ли эта фигура криволинейной трапецией		
2	Записываем формулу для вычисления площади искомой фигуры	$S = S_{ABCDE} - S_{ABDE} =$ $= \int_a^b \sqrt{x}dx - \int_a^b 2dx$	$S = S_{OAC} + S_{ACB} =$ $= \int_0^a x^2 dx + \int_a^b (2-x)dx$
3	Находим пределы интегрирования	$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 2; \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$, $a = x_A = 4, b = x_B = 9$	$\begin{cases} y = x^2, \\ y = 2 - x; \end{cases} \Rightarrow$ $\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x =$
4	Вычисляем искомую площадь по формуле (*)	$S = \int_4^9 \sqrt{x}dx - \int_4^9 2dx = \left.\frac{2x^{3/2}}{3}\right\|_4^9 -$ $- 2x\|_4^9 = \frac{2}{3}(27-8) - 2(9-4) = = \frac{8}{3}$, $S = 2\frac{2}{3}$ (кв.ед.)	$S = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (2-x)dx$ $= \left.\frac{x^3}{3}\right\|_0^1 + \left.\left(2x - \frac{x^2}{2}\right)\right\|_1^2 =$ $+\left(4 - \frac{4}{2}\right) - \left(2 - \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{6}$, $S = \frac{5}{6}$ (кв.ед.)

Блок 1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1) $y = x^2, y = 0, x = 2$; 2) $y = x^2, y = 1$; 3) $y = -x^2 + 1, y = 0$; 4) $y = 1 + x^2, y = 2$;

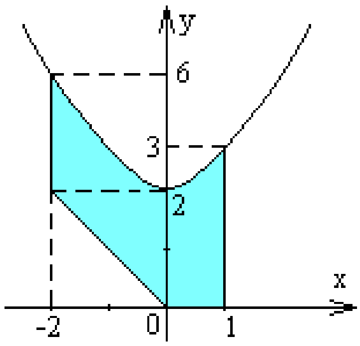
5) $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1$; 6) $y = x^3, y = \sqrt{x}$; 7) $y = 2x - x^2, y = \frac{3}{4}$; 8) $y = x^3, y = 1, x = 2$

9) $y=\frac{5}{x}, y=6-x$.

Блок 2.

Вариант 1.

1. **Вычислите площадь фигуры**, ограниченной линиями:
   $y=x^2-3x+4, \quad y=x+1$.
2. Выберите правильный вариант ответа.
   Площадь фигуры, изображенной на рисунке, вычисляется по формуле:



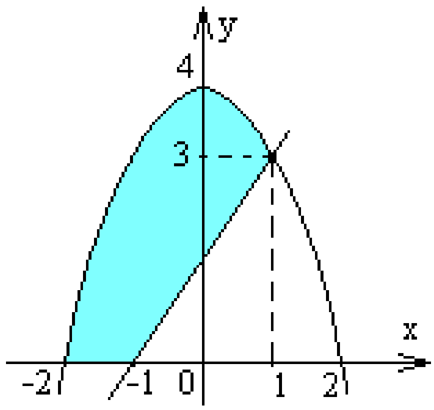
а) $S=\int\limits_{-2}^{2}\left(x^2-2\right)dx-2$;

б) $S=\int\limits_{-1}^{1}\left(x^2+2\right)dx+2$;

в) $S=\int\limits_{-2}^{1}\left(x^2+2\right)dx-2$.

Вариант 2.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
   $y=0{,}5x^2-2x+3, \quad y=7-x$.
2. Выберите правильный вариант ответа.
   Площадь фигуры, изображенной на рисунке, вычисляется по формуле:



а) $S=\int\limits_{-2}^{1}\left(x^2+4\right)dx-3$;

б) $S=\int\limits_{-2}^{2}\left(-x^2+4\right)dx+3$;

в) $S=\int\limits_{-2}^{1}\left(4-x^2\right)dx-3$.

Вариант 3.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=(x-2)^2, \quad y=4-x^2$.
2. Выберите правильный вариант ответа. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sqrt{x-1}, \ y=2, \ y=0, \ x=0$, равна:

а) $4\frac{2}{3}$; б) 4; в) $3\frac{1}{3}$.

Вариант 4.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 2x + 2, \quad y = 2 + 4x - x^2$.
2. Выберите правильный вариант ответа. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x+1},\ y = 2,\ y = 0,\ x = -2$, равна:

а) $4\frac{1}{3}$; б) $3\frac{2}{3}$; в) $4\frac{2}{3}$.

Вариант 5.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 2x + 4, \quad y = 3,\ x = -1$.
2. Выберите правильный вариант ответа. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = e^{2x},\ y = 0,\ x = 0,\ x = a\ (a > 0)$, равна $\frac{e-1}{2}$, если, а равно:

а) $\frac{e}{2}$; б) 0,5; в) $\frac{1}{2e}$.

Вариант 6.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 4x - x^2, \quad y = 4 - x$.
2. Выберите правильный вариант ответа. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2e^{0,5x},\ y = 0,\ x = 0,\ x = b\ (b > 0)$, равна $4e^2 - 4$, если b равно:

а) $2e$; б) 4; в) $\frac{4}{e}$.

Вариант 7.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 6 + x - x^2, \quad y = 6 - 2x$.
2. Выберите правильный вариант ответа. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2 - |x|,\ y = x^2$, равна:

а) $2\frac{5}{6}$; б) $1\frac{2}{3}$; в) $2\frac{1}{3}$.

Вариант 8.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 4x + 6, \quad y = 1,\ x = 1,\ x = 3$.
2. Выберите правильный вариант ответа. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2 - |x|,\ y = 2 - x^2$, равна:

а) $\frac{3}{4}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{6}$.

Тема 8. Элементы теории вероятностей, комбинаторики и статистики

Решение простейших задач на нахождение вероятностей событий с помощью теорем сложения и умножения

Краткая теория:

Алгоритм решения задачи на подсчет вероятности на множестве равновероятных исходов:

- выяснить по содержанию задачи, в чем конкретно состоит испытание; выяснить, являются ли элементарные события равновозможными (равновероятными);
- подсчитать число n всех возможных событий;
- подсчитать число m всех событий, благоприятствующих появлению события В;
- вычислить искомую вероятность P(B) = m/n.
- В задачах на подсчет вероятности на множестве равновероятных исходов используются формулы комбинаторики, а также теоремы сложения и умножения.

Задача 1:Сколько среди чисел от 1 до 100 таких, которые делятся хотя бы на одно из чисел 2 или 3?

Решение:На 2 делится 50 чисел, на 3 -33 числа, на 2 и 3, т.е. на 6, делится 16 чисел. Тогда всех чисел, делящихся на 2 и 3 будет 50+33-16=67.

Ответ: 67 чисел.

Задача 2:В лотерее из 1000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимаю наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?

Решение:Общее число различных исходов есть n= 1000. Число исходов. благоприятствующих получению выигрыша, составляет m=200.

По формуле P (B) = m/n; P (B) = 200/1000 = 1/5 = 0,2

Ответ: 0,2

Задача 3:Из урны, в которой находится 5 белых и 3 черных шара, вынимают 1 шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.

Решение:Обозначим событие, состоящее в появлении черного шара, через В. Общее число случаев n= 5+3 = 8. Число случаев m, благоприятствующих появлению события В, равно 3. По формуле P (B) = m/n = 3/8 = 0,375 **Ответ:**0,375

Задача 4: Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 черных шаров вынимаю наудачу 2 шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

Решение: Обозначим событие, состоящее в появлении двух черных шаров через А. Общее число возможных случаев n равно числу сочетаний из 20 элементов (12+8) по два:

$n = C_{20}^2 = \frac{20\cdot 19}{1\cdot 2} = 190.$ $\frac{20\cdot 19}{1\cdot 2}$ Число m-число случаев, благоприятствующих событию А, составляет: $m = C_8^2 = \frac{8\cdot 7}{1\cdot 2} = 28$

По формуле P(A) = m/n = 28/190 = 14/95 = 0,147

<u>Ответ:</u> 0.147

Задания для самостоятельной работы:

1. Из букв составлено слово «книга». Это слово рассыпали и произвольно собрали заново. Какова вероятность того, что снова получится слово «книга»?
2. В классе 17 девочек и 14 мальчиков. Определить вероятность того, что оба вызванных ученика окажутся: а) мальчиками; б) девочками.
3. В семизначном телефонном номере забыта последняя цифра. Определить вероятность того, что наугад выбранная цифра (от 0 до 9) окажется верной.
4. В группе 5 человек учится на отлично, 7 человек на хорошо и отлично, 15 человек имеют тройки и 3 человека неудовлетворительные оценки. Определить вероятность того, что вызванный учащийся не имеет ни двоек, ни троек.
5. Из 30 учащихся спортивной школы 12 человек занимаются баскетболом, 15 волейболом, 5 волейболом и баскетболом, а остальные другими видами спорта. Какова вероятность того, что наудачу выбранный спортсмен занимается только волейболом или только баскетболом?
6. Дано *P(AB)*= 1/4, *P(A)* = 1/3, *P(B)* = 1/2. Найти *P(A* + B)**.**
7. Вычислить вероятность того, что в семье, где есть один ребенок мальчик, родится второй мальчик.
8. Вероятность сдачи зачета учащимся равна 0,8, а вероятность сдачи экзамена равна 0,9. Какова вероятность того, что учащийся сдаст экзамен?

Тема 9.Координаты и векторы
Решение простейших задач в координатах.

Краткая теория

1. **Координаты середины отрезка**.

Пусть даны точки $A(x_1;y_1;z_1)$,$B(x_2y_2;z_2)$ и точка $C(x;y;z)$, являющаяся серединой отрезка *AB.* Тогда

$$x=\frac{x_1+x_2}{2};\quad y=\frac{y_1+y_2}{2};\quad z=\frac{z_1+z_2}{2}$$

2. **Вычисление длины вектора по его координатам**.

$a\{x;y;z\}\,|a|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

3. **Расстояние между двумя точками**.

Расстояние между двумя точками $A(x_1;y_1;z_1)$ и$B(x_2;y_2;z_2)$ вычисляется по формуле:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\quad+(z_2-z_1)^2$$

Углы между векторами и прямыми.

Пусть даны два вектора

$a\{x_1;y_1;z_1\}$, $b\{x_2;y_2;z_2\}$.

Тогда косинус угла между данными векторами вычисляется по формуле:

$$\cos\alpha=\frac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{x_1^{\ 2}+y_1^{\ 2}+z_1^{\ 2}}\sqrt{x_2^{\ 2}+y_2^{\ 2}+z_2^{\ 2}}}$$

Образцы решения задач

1. Найдите координаты вектора $\vec{p}$ ***, если***

$\vec{a}\{1;-2;0\},\vec{b}\{0;3;-6\},\vec{c}\{-2;3;1\}, a\,\vec{p}=2\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}+\vec{c}$

Решение:

$$2\vec{a}\{2\cdot 1;2\cdot(-2);2\cdot 0\}=\{2;-4;0\}$$
$$\frac{1}{3}\vec{b}\left\{\frac{1}{3}\cdot 0;\frac{1}{3}\cdot 3;\frac{1}{3}\cdot(-6)\right\}=\{0;1;-2\}$$
$$\vec{c}\{-2;3;1\}$$

Получаем $\vec{p}\{2-0+(-2);-4-1+3;0-(-2)+1\}=\{0;-2;3\}$

Ответ: $\vec{p}\{0;-2;3\}$

2. Найдите:

а) длину вектора $\overrightarrow{AB}$ *, если точка A(3;-1;5) и B(2;3;-4)*

б) скалярноепроизведение векторов $\vec{a}\,и\,\vec{b},\,если\,\vec{a}\{3;0;-1\},\,a\,\vec{b}\{0;-1;2\}$

Решение:

а) $\overrightarrow{AB}\{2-3;3-(-1);-4-5\}=\{-1;4;-9\}$

$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(-1)^2+4^2+(-9)^2}=\sqrt{1+16+81}=\sqrt{98}$

б) $\vec{a}\cdot\vec{b}=3\cdot0+0\cdot(-1)+(-1)\cdot2=-2$

Ответ: $a¿|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{98}$ б) $\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$

3. Найдите угол между векторами $\vec{a}\,и\,\vec{b},\,если\,\vec{a}\{-2,5;2,5;0\},\,a\,\vec{b}\{-5;5;5\sqrt{2}\}$

Решение:

$$\cos(\vec{a}¿\vec{b})=\frac{-2,5\cdot(-5)+2,5\cdot5+0\cdot5\sqrt{2}}{\sqrt{(-2,5)^2+2,5^2+0^2}\cdot\sqrt{(-5)^2+5^2+(5\sqrt{2})^2}}=\frac{12,5+12,5+0}{\sqrt{6,25+6,25+0}\cdot\sqrt{25+25+50}}=\frac{25}{\sqrt{12,5}\cdot\sqrt{100}}=\frac{\dots}{\sqrt{0,5\cdot\dots}}$$

Отсюда следует, что угол между векторами $\vec{a}¿\vec{b}\ ¿45°$

Ответ: $\vec{a}¿\vec{b}=45°$

4. Определить вид Δ ABC, если A(2;4;-1), B(4;8;-2) и C(0;0;0)

Решение:

Найдем длины сторон треугольника AB, BC и AC

AB= $\sqrt{(4-2)^2+(8-4)^2+(-2-(-1))^2}=\sqrt{4+16+1}=\sqrt{21}$

BC= $\sqrt{(0-4)^2+(0-8)^2+(0-(-2))^2}=\sqrt{16+64+4}=\sqrt{84}$

AC= $\sqrt{(0-2)^2+(0-4)^2+(0-(-1))^2}=\sqrt{4+16+1}=\sqrt{21}$

AB=AC => Δ ABC равнобедренный

Ответ: Δ ABC равнобедренный

Задания для самостоятельной работы:

Вариант I, II

В1. Найдите координаты вектора $\vec{p}$, если $\vec{a}\{-5;0;5\}$, $\vec{b}\{-5;5;0\}\,и\,\vec{c}\{1;-2;-3\}$ а $\vec{p}=3\vec{b}-3\vec{a}+3\vec{c}$

В2. Найдите координаты вектора $\vec{p}$, если $\vec{a}\{-5;0;5\}$, $\vec{b}\{-5;5;0\}\,и\,\vec{c}\{1;-2;-3\}$ а $\vec{p}=2\vec{a}-3\vec{b}-2\vec{c}$

В1.Найдите:

а) длину $\overrightarrow{AB}$, если A(-1;0;2) и B(1;-2;3)

б) скалярное произведение векторов $\vec{a} и \vec{b}$, если $\vec{a}\{1;-1;2\}$ и $\vec{b}\{-1;1;1\}$
В2.Найдите:
а) длину $\overrightarrow{AB}$, если
А(-35;-17;20) и В(-34;-5;8)
б) скалярное произведение векторов $\vec{a} и \vec{b}$, если $\vec{a}\{5;6;2\}$ и $\vec{b}\{2;-3;1\}$
В1. Найдите угол между векторами:
$\vec{a}\{2;-2;0\} и \vec{b}\{3;0;-3\}$
В2. Найдите угол между векторами:
$\vec{a}\{0;5;0\} и \vec{b}\{0;-\sqrt{3};1\}$
В1. Даны точки А(3;5;4), В(4;6;5), С(6;-2;1) и D(5;-3;0). Найдите расстояния между серединами отрезков АВ иCD.
В2. Даны точки А(3;5;4), В(4;6;5), С(6;-2;1) и D(5;-3;0). Найдите расстояния между серединами отрезков АС иBD.
В1. Определить вид треугольника АВС, если:
А(9;3;-5), В(2;10;-5) и С(2;3;2)
В2. Определить вид треугольника АВС, если:
А(3;7;-4), В(5;-3;2) и С(1;3;-10)

Тема10. Многогранники и тела вращения

Решение задач на нахождение элементов параллелепипеда и куба

на вопросы.

Краткая теория.

Определение. ***Многогранной поверхностью*** *называется объединение конечного числа многоугольников, удовлетворяющих следующим условиям:*

1. для любых двух вершин этих многоугольников существует ломаная, составленная из их сторон, для которых взятые вершины служат концами;
2. произвольная точка поверхности либо является точкой только одного из данных многоугольников, либо принадлежит общей стороне двух и только двух многоугольников, либо является вершиной только одного многогранного угла, плоскими углами которого служат углы данных многоугольников.

Каждый многоугольник, входящий в многогранную поверхность, называется гранью, стороны этих многоугольников - ребрами, а вершины - вершинами многогранной поверхности.

Призма -это тело, ограниченное многогранной поверхностью , две грани которой суть n-угольники, а остальные n-параллелограммы.

Прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник, называется *правильной.*

Определение. Призма, основанием которой служит параллелограмм, называется ***параллелепипедом****.*

Параллелепипед, боковые ребра которого перпендикулярны к плоскости основания, называется ***прямым.***

Прямой параллелепипед, основанием которого служит прямоугольник, называется ***прямоугольным.***

Теорема. Квадрат длины диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

Задачи для самостоятельного решения..

1. Основанием прямой призмы служит ромб; длины диагоналей призмы равны 8 см и 5 см, а высота - 2 см. Найдите длину стороны основания.
2. Найдите площадь диагонального сечения куба, если длина ребра куба 12 см.
3. Найдите длины диагоналей прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 8 см, 9 см и 12 см.
4. В прямоугольном параллелепипеде длины сторон основания относятся как 7:24, а площадь диагонального сечения равна 50 дм2. Найдите площадь боковой поверхности
5. Определить полную поверхность прямой треугольной призмы, если ее высота равна 50 см, а стороны основания 40 см, 13 см и 37 см.

Решение задач на нахождение площадейповерхностей геометрических тел»

Краткая теория.

Призма -это тело, ограниченное многогранной поверхностью , две грани которой суть n-угольники, а остальные n-параллелограммы. $S = P_{осн} l$

Прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник, называется *правильной*. $S = P_{осн} l$

Определение.*Призма, основанием которой служит параллелограмм, называется* *<u>параллелепипедом.</u>*

Параллелепипед, боковые ребра которого перпендикулярны к плоскости основания, называется *<u>прямым.</u>*

Прямой параллелепипед, основанием которого служит прямоугольник, называется *<u>прямоугольным.</u>*

<u>Теорема</u>.*<u>Квадрат длины диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.</u>*

<u>Пирамида</u> – это многогранник, у которого одна грань (*основание пирамиды*) – это произвольный многоугольник (ABCDE, рис.80), а остальные грани (*боковые грани*) – треугольники с общей вершиной S, называемой *вершиной пирамиды*.

$$S_{бок} = \frac{1}{3} P_{осн} \mathrm{h}_{\mathrm{a}}$$

Определение 1.Тело, полученное при вращении прямоугольника вокруг оси, содержащей его сторону, называется цилиндром.

$S_{бок}=2\pi RH$, $S_{полн}=2\pi R(R+H)$

Определение *2.Фигура, полученная при вращении прямоугольного треугольника вокруг оси, содержащей его катет, называется конусом.*

$S_{бок}=\pi Rl$, $S_{полн}=\pi R(R+l)$

Определение 3.Часть конуса, заключенная между его основанием и сечением, плоскость которого перпендикулярна высоте конуса, называется усеченным конусом.

$S_{бок}=\pi(R+r)l$

Определение 4.Тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не большем данного, от данной точки называется шаром. $S = 4\pi r^2$

Задания для самостоятельной работы.

1. Цилиндрический паровой котел имеет 0,7 м в диаметре; длина его равна 3,8 м. Как велико давление пара на полную поверхность котла, если на 1 см^2 пар давит с силой в 10 кг?

2. Высота цилиндра на 10 см больше радиуса основания, а полная поверхность равна 144л $см^2$. Определить радиус основания и высоту

3. Цилиндрическая дымовая труба с диаметром в 65 см имеет высоту в 18 м. Сколько квадратных метров жести нужно для ее изготовления, если на заклепку уходит 10% всего требующегося количества жести?

4. Стороны прямоугольника a и bНайти боковую поверхность цилиндра, полученного от вращения этого прямоугольника вокруг стороны, равной a.

5. Диаметр основания цилиндра равенl; высота равна длине окружности основания. Найти площадь боковой поверхности цилиндра.

6. Высота конуса Н=6, радиус основания г=8. Найти боковую поверхность.

7. Крыша силосной башни имеет форму конуса. Высота крыши 2 м. Диаметр башни 6 м. Сколько листов кровельного железа потребовалось для покрытия крыши, если лист имеет размеры 0,7x1,4 ($м^2$) и на швы пошло 10%требующегося железа

8. Поверхность конического шпиля башни равна 250 $м^2$, диаметр основания 9 м. Найти высоту шпиля.

9. Определить величину поверхности, полученной вращением хорды около диаметра, выходящего из ее конца, если диаметр равен 25 см, а хорда равна 20 см.

10. В прямоугольном параллелепипеде стороны оснований относятся, как 7:24, а площадь диагонального сечения равна 50$см^2$.Вычислить площадь боковой поверхности.

11. Основание пирамиды - треугольник со сторонами, равными 6,10 и 14см. Плоскости боковых граней наклонены к основанию под углом 60^o.Вычислите полную поверхность пирамиды.

12. В прямой треугольной призме стороны основания относятся, как 17:15:8, а боковое ребро равно 16см.Площадь полной поверхности этой призмы равна 1760 $см^2$. Вычислите стороны основания.

Подготовка сообщений. Тематика рефератов по разделам курса

1. Подготовка сообщений:

Сообщение – это выступление информативного, иллюстративного или аналитического характера, как правило, по одной проблеме. Оно может быть продуктивного (анализ материала) или репродуктивного (пересказ материала) характера.

Требования к сообщению:

- отбор концептуальной информации, заключающей в себе главную идею и основные положения, раскрывающие суть процесса или явления;

- рассмотрение разных подходов к проблеме, различных точек зрения на нее;

- осмысление информации, выделение главных мыслей;

- выстраивание структуры ответа;

- соблюдение стиля выступления.

2. *Методические рекомендации реферирования:*

Реферат – это сжатое изложение основной информации первоисточника на основе ее смысловой переработки.

Этапы работы над учебным рефератом:

1. выбор темы
2. подбор и изучение основных источников по теме
3. составление библиографии
4. обработка и систематизация информации
5. разработка плана реферата
6. написание реферата.

Примерная структура реферата

Введение. Определяется актуальность темы, формулируется суть исследуемой проблемы, указываются цель и задачи реферата.

Основная часть. Каждый ее раздел доказательно раскрывая отдельный вопрос логически является продолжением предыдущего.

Заключение. Подводятся итоги или дается обобщенный вывод по теме реферата.

Список литературы. Как правило, при разработке реферата используют не менее 7- 10 различных источников.

Приложение. Графики, чертежи, рисунки, портреты ученых и т.д.

Основные критерии оценки работ:

- грамотность и логичность изложения материала

- структура работы (введение, основная часть, вывод, приложения, литература)

- соответствие оформления реферата стандартам.

3. ***Примерная тематика сообщений и рефератов:***

1. Из истории развития математики
2. Различные системы счисления
3. Математика в природе
4. Знаменитая женщина – математик С.В. Ковалевская
5. Лобачевский Н.И.
6. О квадратных корнях и квадратных уравнениях
7. Из истории понятия функции
8. Лагранж Ж.Л.
9. Леонард Эйлер
10. Исаак Ньютон
11. Лейбниц Г.В.
12. Рене Декарт
13. Из истории дифференциального исчисления.
14. Гаусс К.Ф.
15. О.Л. Коши
16. Архимед
17. Из истории понятия предела функции
18. Задачи, приводящие к понятию производной
19. Применение производной в физике
20. Чебышев П.Л.
21. О неравенствах
22. О приближенных вычислениях
23. Из истории интегрального исчисления
24. Приложение определенного интеграла к вычислению площадей и объемов тел
25. Великие математики

***Порядок формирования отчета*:**

- титульный лист

- лист с ребусом (каждый ребус на отдельном листе), на обороте листа ответ в правом нижнем углу.

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Основные источники:

1. Дадаян, А. А.Математика [текст]: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования / А. А. Дадаян. - изд. 2е - Москва: ФОРУМ : НИЦ-ИНФРА-М,2015. - 544 с.
2. Дадаян, А. А. Сборник задач по математике[текст]: учебное пособие для студентов учреждений среднего профессионального образования / А. А. Дадаян. - Москва: ФОРУМ: НИЦ-ИНФРА-М,2015. - 352 с.

Дополнительные источники:

1. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике [текст]: учебное пособие для студентов учреждений среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. - Москва : Высш. шк., 2014. – 496 с.
2. Богомолов, Н. В. Сборник задач по математике [текст]: учебное пособие для студентов учреждений среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. - изд. 6е - Москва: Дрофа, 2014. – 400 с.
3. Богомолов, Н. В. Математика. Дидактические задания[текст]: учебное пособие для студентов учреждений среднего профессионального образования / / Н. В. Богомолов, Л. Ю. Сергиенко. - Москва: Дрофа, 2014. – 240 с.

Интернет-ресурсы:

1. Электронно-библиотечная система (ЭБС) BOOK.ru.
2. Сервисы Googleapps для образования.
3. Виртуальная обучающая среда с функционалом системы дистанционного обучения на базе moodle и bigbluebuttonedu.blpk-u